第24講 内積の利用，位置ベクトル，ベクトル方程式

§1 内積の性質とその利用

要点整理 と 公式

要点1 内積の性質

ベクトルの内積について，次の性質が成り立つ。

■ 内積の性質

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k\vec{a}\cdot\vec{b}$　　ただし k は実数

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$　　$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

上記の性質は，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$，$\vec{c}=(c_1,\ c_2)$ などとおくことによって証明できる。

また，$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{a}$ について，$\vec{a}$ と $\vec{a}$ のなす角は 0° であることより

$$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0^\circ=|\vec{a}||\vec{a}|\times 1=|\vec{a}|^2$$

これは，$\vec{a}=\vec{0}$ のときも成り立つ。

よって，以下の性質が成り立つ。

■ 内積の性質(ベクトルの大きさと内積)

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

(ex) $2\vec{a}\cdot(3\vec{a}-4\vec{b})$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

［1］　次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1)　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{c}+\vec{d})=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{a}\cdot\vec{d}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{d}$

(2)　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$

(3)　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

［2］　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=4$　のとき，$|\vec{a}+\vec{b}|$　の値を求めよ。

Point Pickup

内積の性質と計算

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$　　　$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k\vec{a}\cdot\vec{b}$　　　ただし k は実数

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$　　　$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

これらを用いて，内積の計算を，文字式の展開と同じように行うことができる。

ただし，内積の記号「・」は省略できない。

また，$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$　より，同じベクトルの内積　$\Longleftrightarrow$　ベクトルの大きさの 2 乗

ベクトルの大きさと内積

$|\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$ より，ベクトルの大きさの 2 乗　$\Longleftrightarrow$　同じベクトルの内積である。

これを用いて，$s\vec{a}+t\vec{b}$ の形で表されたベクトルの大きさ $|s\vec{a}+t\vec{b}|$ は

$$|s\vec{a}+t\vec{b}|^2=(s\vec{a}+t\vec{b})\cdot(s\vec{a}+t\vec{b})$$

のように，2 乗すると「内積の計算」を行うことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

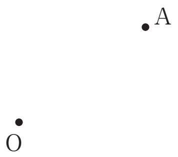
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 位置ベクトル

要点整理 と 公式

要点2 位置ベクトル



平面上の点の位置を，ベクトルで表す。

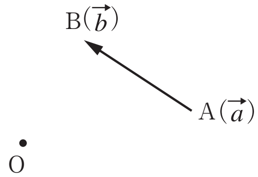
平面上で1点Oを固定し，この点を基準とすると，点Aの位置は

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

で表すことができる。つまり，基準点Oからの点Aまでの移動の向きと大きさをベクトルで表すことができる。

このようなベクトル $\vec{a}$ を，点Oに関する点Aの「位置ベクトル」という。

また，位置ベクトルが $\vec{a}$ である点を「A(　　)」と表す。



(ex) 2点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) に対し，

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} =$

※位置ベクトルにおける点Oはどこに定めてもよい。

また今後，特に断らない限り，点Oに関する位置ベクトルを考える。

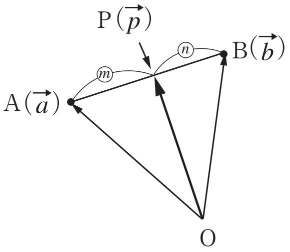
要点3 分点の位置ベクトル

A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) を結ぶ線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトルを $\vec{p}$ とすると，

$$\vec{p} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OA} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$$

$$= \vec{a} + \frac{m}{m+n}(\vec{b} - \vec{a})$$

$$= \frac{(m+n)\vec{a} + m(\vec{b} - \vec{a})}{m+n} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$$

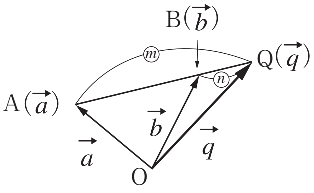


したがって，$\vec{p} = \dfrac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ である。

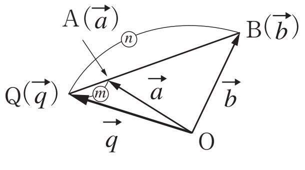
同様に，線分ABを $m:n$ に外分する点Qの位置ベクトルを $\vec{q}$ とすると

$$\vec{q} = \frac{-n\vec{a} + m\vec{b}}{m-n}$$

である。



$m > n$



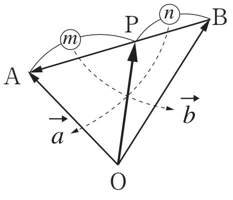
$m < n$

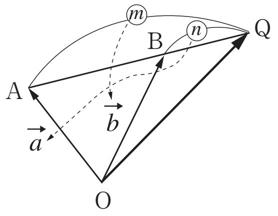
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

■ 内分点，外分点の位置ベクトル

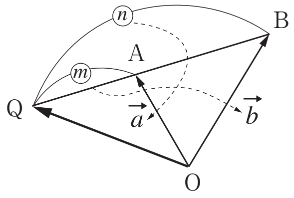
2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ に対し，線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置ベクトルを $\vec{p}$，外分する点 Q の位置ベクトルを $\vec{q}$ とすると，

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}\qquad\qquad \vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$





$m>n$



$m<n$

特に，線分 AB の中点 M の位置ベクトル $\vec{m}$ は　$\vec{m}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

(ex) 2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ に対し，線分 AB を

3：2 に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は　$\vec{p}=\dfrac{\quad\vec{a}+\quad\vec{b}}{\quad+\quad}$

3：2 に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は　$\vec{q}=\dfrac{\quad\vec{a}+\quad\vec{b}}{\quad-\quad}$

$\vec{p}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}=\dfrac{n}{m+n}\vec{a}+\dfrac{m}{m+n}\vec{b}$ であり，$\dfrac{n}{m+n}+\dfrac{m}{m+n}=\dfrac{m+n}{m+n}=1$　である。

よって，$\dfrac{m}{m+n}=t$　とおくと，$t+\dfrac{n}{m+n}=1$　より，$\dfrac{n}{m+n}=1-t$　と表される。

したがって，$m:n=\dfrac{m}{m+n}:\dfrac{n}{m+n}=t:(1-t)$ である。

このことから，線分 AB を内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は，

文字 t を用いて次のように表すことができる。

$$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

［1］ 2 点 A $(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分ABについて，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) 3：1 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，3：1 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

(2) 2：5 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，2：5 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

［2］ 3 点 A $(\vec{a})$，B $(\vec{b})$，C $(\vec{c})$ を頂点とする △ABC の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ は

$\vec{g}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$ と表されることを示せ。

Point Pickup

内分点，外分点を表す位置ベクトル

2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ に対し，線分 AB を $m:n$ に

内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は　$\vec{p}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$

外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は　$\vec{q}=\dfrac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}=\dfrac{n\vec{a}-m\vec{b}}{-m+n}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

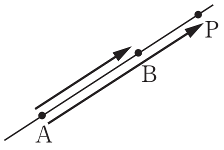
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 一直線上の点

要点整理 と 公式

要点4 一直線上にある3点

　3 点 A，B，P が一直線上にある条件を考える。



　3 点 A，B，P が一直線上にあるとき，

直線 AB 上に点 P がある，と考えることができる。

これをベクトルを用いて表すと，実数 k を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \qquad \overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

と表される。つまり，「始点がともに A 」である 2 つのベクトルを用いることで，

ベクトルの実数倍の定義より，3 点が一直線上にある条件を表すことができる。

　また逆に，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$　を満たす実数 k が存在するとき，点 P は直線 AB 上にある，つまり 3 点 A，B，P が一直線上にある。

　よって，以下のことが成り立つ。

■ **一直線上の点**

3 点 A，B，P が一直線上にある。

　$\Longleftrightarrow$　直線 AB 上に点 P がある。

　$\Longleftrightarrow$　$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = k\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$　を満たす実数 k が存在する。

（ex）$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a} + 3\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \dfrac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$　のとき

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{1}{3}\left(\qquad\qquad\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

よって，3 点 A，B，P は同一直線上にある。

また，AP：PB＝　　　　である。

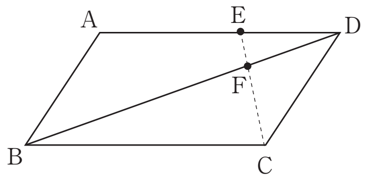
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

平行四辺形 ABCD において，辺 AD を 3 : 2 に内分する点を E，対角線 BD を 5 : 2 に内分する点を F とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ として，次の問いに答えよ。



(1)　$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ で表せ。

(2)　3 点 E，F，C は一直線上にあることを示せ。

Point Pickup

3 点が一直線上にあることの証明

3 点 P，Q，R が一直線上にある。

$\Longleftrightarrow$　$\overrightarrow{PQ}=k\overrightarrow{PR}$　を満たす実数 k が存在する。

よって，3 点のうち「いずれか 1 点を始点」とする 2 つのベクトルを求め，一方がもう一方の何倍になっているかを考える。

ベクトルの性質を利用する図形の問題

ベクトルの和，差，実数倍や，分点(内分点，外分点)の考え方を用いて，それぞれの点を，「図形上のある 1 点」に関する「位置ベクトル」の形にする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

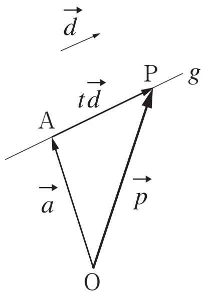
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ ベクトル方程式

要点整理 と 公式

要点 5 直線と方向ベクトル

点 A$(\vec{a})$ を通り，$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{d}$ に平行な直線 を g とする。



点 P が g 上にあるとき

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{d}$$

となる実数 t が存在する。ここで，$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$ であることより

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d} \quad \cdots\cdots ①$$

と表すことができる。

①において，t の値を1つ決めると，それに応じて直線 g 上にある点 P$(\vec{p})$の位置が 1 つ決まる。逆に，直線 g 上の点 P の位置を決めると，実数 t の値が 1 つ決まる。t がすべての実数値をとって変化すると，点 P は直線 g 上のすべての点を動き，その軌跡は直線 g となる。

この①を直線 g の「ベクトル方程式」といい，実数 t を「媒介変数（ばいかい）」という。また，$\vec{d}$ を直線 g の「　　　　　　　」という。

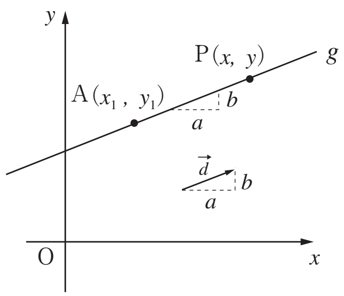
■ ベクトル $\vec{d}$ に平行な直線

点 A $(\vec{a})$ を通り，$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{d}$ に平行な直線のベクトル方程式は

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$$

要点 6 直線の媒介変数表示

2 点 A，P の座標を A(x_1, y_1)，P(x, y)とし，$\vec{d} = (a, b)$ とする。直線のベクトル方程式 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$ を成分で表してみよう。



$\vec{a} = (x_1, y_1)$，$\vec{p} = (x, y)$ より

$$(x, y) = (x_1, y_1) + t(a, b) = (x_1 + at, y_1 + bt)$$

となる。よって，直線 g の方程式は

$$\begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \end{cases} \cdots ②$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

と表すことができる。この式②を直線 g の「媒介変数表示」という。

さらに $a \neq 0$ のとき，②から媒介変数 t を消去し整理すると

$$y = \frac{b}{a}(x - x_1) + y_1$$

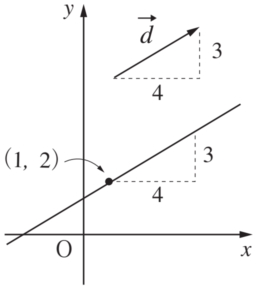
となる。この式から，②は $A(x_1,\ y_1)$ を通り，傾き $\frac{b}{a}$ の直線の方程式を表すことがわかる。

(ex) 点 $(1,\ 2)$ を通り，$\vec{d} = (4,\ 3)$ を方向ベクトルとする。

直線を媒介変数表示で表す。

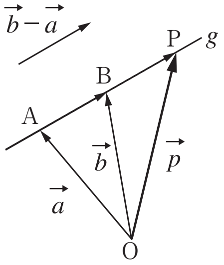
$(x,\ y) = (\quad,\quad) + t(\quad,\quad) = (1 + 4t,\ 2 + 3t)$

よって，$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$



※方向ベクトル $\vec{d} = (a,\ b)$ は $a = 0$ をとり得る。$a = 0$ のときは，②は直線 $x = x_1$ を表す。

要点 7　2 点を通る直線のベクトル方程式



2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を通る直線 g のベクトル方程式は，

その方向ベクトルが $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ であることから，

$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$

つまり　$\vec{p} = (1 - t)\vec{a} + t\vec{b}$　と表される。

これは点 P が，線分 AB を $t : (1 - t)$ に分ける点であることを表している。

■ 2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を通る直線

2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を通る直線のベクトル方程式は

$\vec{p} = (1 - t)\vec{a} + t\vec{b}$

(ex) 2 点 $A(2,\ 8)$，$B(7,\ 4)$ を通る直線を媒介変数表示で表すと

$(x,\ y) = (\qquad)(2,\ 8) + \quad (7,\ 4) = (2 + 5t,\ 8 - 4t)$

よって，

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

次の条件を満たす直線の方程式を，媒介変数を t とする媒介変数表示で表せ。

(1)　点 A (2, −3) を通り，$\vec{d}=(-1,\ 5)$ に平行な直線

(2)　2 点 A(−1, 6)，B(2, 1) を通る直線

Point Pickup

直線のベクトル方程式

点 $A(\vec{a})$ を通り，$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{d}$ に平行な直線　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$

2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を通る直線　$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

直線の媒介変数表示は，直線上の点 P の座標を $(x,\ y)$ とおき，ベクトルを成分表示して求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第24講　確認テスト

1　$|\vec{a}| = 3$，$|\vec{b}| = 1$，$\vec{a}\cdot\vec{b} = 2$　のとき，$|\vec{a}-\vec{b}|$ の値を求める。

$|\vec{a}-\vec{b}|^{\boxed{\text{ア}}} = (\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = |\vec{a}|^2 - \boxed{\text{イ}}\,\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{b}|^2 = 3^2 - \boxed{\text{イ}} \times 2 + 1^2 = \boxed{\text{ウ}}$

である。

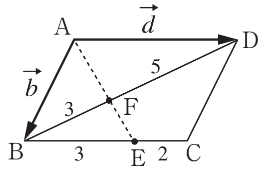
$|\vec{a}-\vec{b}| \geqq 0$　より　$|\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$　である。

2　2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を 4：3 に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は

$\vec{p} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{オ}}\,\vec{b}}{\boxed{\text{カ}}}$，4：3 に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は

$\vec{q} = -\boxed{\text{キ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{ク}}\,\vec{b}$　である。

3　平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 3：2 に内分する点を E，対角線 BD を 3：5 に内分する点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{d}$



とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{d}$　である。

また，$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}\,\vec{b} + \boxed{\text{シ}}\,\vec{d}}{8} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{8}\vec{d} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\left(\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{d}\right)$　である。

よって，$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ より 3 点 A，F，E は一直線上にある。

4　点 A(2，3)を通り，ベクトル $\vec{d} = (5,\ 4)$ に平行な直線を媒介変数表示で表すと

$$\begin{cases} x = \boxed{\text{ス}} + \boxed{\text{セ}}\,t \\ y = \boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}}\,t \end{cases}$$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第24講　内積の利用，位置ベクトル，ベクトル方程式

1

［1］ (1) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{c}+\vec{d})=\vec{a}\cdot(\vec{c}+\vec{d})+\vec{b}\cdot(\vec{c}+\vec{d})$

$=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{a}\cdot\vec{d}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{d}$

(2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})+\vec{b}\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$

(3) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})+\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

［2］ $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=3^2+2\times4+2^2=21$

$|\vec{a}+\vec{b}|\geqq0$ より $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{21}$

2

［1］ (1) $\vec{p}=\dfrac{1\cdot\vec{a}+3\cdot\vec{b}}{3+1}=\dfrac{\vec{a}+3\vec{b}}{4}=\dfrac{1}{4}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}$

$\vec{q}=\dfrac{(-1)\cdot\vec{a}+3\cdot\vec{b}}{3-1}=\dfrac{-\vec{a}+3\vec{b}}{2}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{2}\vec{b}$

(2) $\vec{p}=\dfrac{5\cdot\vec{a}+2\cdot\vec{b}}{2+5}=\dfrac{\overrightarrow{5a}+2\vec{b}}{7}=\dfrac{5}{7}\vec{a}+\dfrac{2}{7}\vec{b}$

$\vec{q}=\dfrac{5\cdot\vec{a}+(-2)\cdot\vec{b}}{-2+5}=\dfrac{5\vec{a}-2\vec{b}}{3}=\dfrac{5}{3}\vec{a}-\dfrac{2}{3}\vec{b}$

［2］ 辺 BC の中点 M を表す位置ベクトルを $\vec{m}$ とすると

$\vec{m}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$

重心 G は，中線 AM を 2：1 に内分する点であることから，その位置ベクトル $\vec{g}$ は

$\vec{g}=\dfrac{1\cdot\vec{a}+2\cdot\vec{m}}{2+1}=\dfrac{\vec{a}+2\left(\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)}{3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{b} + \vec{d}$

$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\vec{d}$

$\overrightarrow{AF} = \frac{2\vec{b} + 5\vec{d}}{5+2} = \frac{2}{7}\vec{b} + \frac{5}{7}\vec{d}$

(2) $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE} = (\vec{b} + \vec{d}) - \frac{3}{5}\vec{d} = \vec{b} + \frac{2}{5}\vec{d}$

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \left(\frac{2}{7}\vec{b} + \frac{5}{7}\vec{d}\right) - \frac{3}{5}\vec{d} = \frac{2}{7}\vec{b} + \frac{4}{35}\vec{d} = \frac{2}{7}\left(\vec{b} + \frac{2}{5}\vec{d}\right)$

よって，$\overrightarrow{EF} = \frac{2}{7}\overrightarrow{EC}$　より，3 点 E，F，C は一直線上にある。

4

(1) $(x, y) = (2, -3) + t(-1, 5) = (2 - t, -3 + 5t)$

よって $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$

(2) $(x, y) = (1 - t)(-1, 6) + t(2, 1) = (-1 + t, 6 - 6t) + (2t, t)$

$= (-1 + 3t, 6 - 5t)$

よって $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 6 - 5t \end{cases}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第24講　確認テスト

1 $\left|\vec{a}\right| = 3,\ \left|\vec{b}\right| = 1,\ \vec{a}\cdot\vec{b} = 2$　のとき，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$ の値を求める。

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^{\boxed{\text{ア}}} = (\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = \left|\vec{a}\right|^2 - \boxed{\text{イ}}\,\vec{a}\cdot\vec{b} + \left|\vec{b}\right|^2 = 3^2 - \boxed{\text{イ}} \times 2 + 1^2 = \boxed{\text{ウ}}$

である。

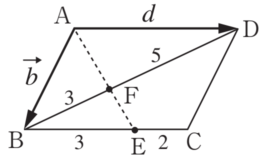
$\left|\vec{a}-\vec{b}\right| \geqq 0$　より　$\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$　である。

2 2点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を 4：3 に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は

$\vec{p} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{オ}}\,\vec{b}}{\boxed{\text{カ}}}$，4：3 に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は

$\vec{q} = -\boxed{\text{キ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{ク}}\,\vec{b}$　である。

3 平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 3：2 に内分する点を E，対角線 BD を 3：5 に内分する点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{d}$



とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{d}$　である。

また，$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}\,\vec{b} + \boxed{\text{シ}}\,\vec{d}}{8} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{8}\vec{d} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\left(\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{d}\right)$　である。

よって，$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{8}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ より 3 点 A，F，E は一直線上にある。

4 点 A(2，3)を通り，ベクトル $\vec{d} = (5,\ 4)$ に平行な直線を媒介変数表示で表すと

$$\begin{cases} x = \boxed{\text{ス}} + \boxed{\text{セ}}\,t \\ y = \boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}}\,t \end{cases}$$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1	ア　2	イ　2	ウ　6		
2	エ　3	オ　4	カ　7	キ　3	ク　4
3	ケ　3	コ　5	サ　5	シ　3	
4	ス　2	セ　5	ソ　3	タ　4	

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。